

第二讲 整式和整式计算

一、整式

- 1、单项式 与 多项式 统称整式。
- 2、①所有的整式都是代数式，但并不是所有的代数式都是整式。
②所有的整式的分母中不含 字母（若字母表示一个常数则除外）。

 举个"栗"子

 栗子1

1. 在代数式 $-\frac{1}{3}a^2$, $2ab$, $\frac{3y}{4a}$, x^2y , $6x - \frac{1}{4}b$, $\frac{a}{4a+b}$, $\frac{1}{a}(x-y)$, $\frac{ax}{\pi}$ 中，整式共有（ ）。
A. 4 B. 5 C. 7 D. 8

【答案】 B

【解析】 整式有： $-\frac{1}{3}a^2$, $2ab$, x^2y , $6x - \frac{1}{4}b$, $\frac{ax}{\pi}$ 共5个。
故选B。

【标注】【知识点】整式的定义

 栗子2

2. 下列说法中不正确的是（ ）。
A. $-ab^2c$ 的系数是 -1 ，次数是4 B. $\frac{xy}{3} - 1$ 是整式
C. $6x^2 - 3x + 1$ 的项分别是 $6x^2$, $-3x$, 1 D. $2\pi R + \pi R^2$ 是三次二项式

【答案】 D

【解析】 $-ab^2c$ 的系数是 -1 ，次数是4，A正确；
 $\frac{xy}{3} - 1$ 是整式，B正确；
 $6x^2 - 3x + 1$ 的项分别是 $6x^2$, $-3x$, 1 ，C正确；
 $2\pi R + \pi R^2$ 是二次二项式，D错误。

【标注】【知识点】整式的定义

二、整式的计算

1. 同类项

同类项

定义：所含_____相同，并且相同_____的_____也相同的项

合并同类项：把多项式中的_____合并成一项，叫做合并同类项

【备注】 1. 定义：所含**字母**相同，并且相同**字母的指数**也分别相同的项，称为同类项。

例如： $3a^2b$ 与 $-2a^2b$ 互为同类项。

【注意】 所有的常数项都是同类项。

2、把多项式中的**同类项**合并在一起叫合并同类项。（合并同类项：系数相加，字母及其指数不变。）

3. 同类项的判断方法

同类项的特征为“两相同，两无关”。

相同是指所含字母相同，相同字母的指数相同；

无关是指与系数的大小无关，与字母的排列顺序无关。

例如： $2mn$ 与 $3nm$ 是同类项， $2m^2n$ 与 $3nm^2$ 是同类项。

【注意】 同类项不能单独存在，至少对应两项而言。

栗子3

3. 下面不是同类项的是（ ）。

A. -2 与 12

B. $2m$ 与 $2n$

C. $-2a^2b$ 与 a^2b

D. $-x^2y^2$ 与 $12x^2y^2$

【答案】 B

【解析】 A 选项：是两个常数项，故是同类项。

B 选项：所含字母不同，故不是同类项。

C 选项：符合同类项的定义，故是同类项。

D 选项：

符合同类项的定义，故是同类项．

故选 B．

【标注】【知识点】同类项的定义

4. 若 $-3x^{2m}y^3$ 与 $2x^4y^n$ 是同类项，则 $|m-n|$ 的值是（ ）．

A. 0

B. 1

C. 7

D. -1

【答案】 B

【解析】 $\because -3x^{2m}y^3$ 与 $2x^4y^n$ 是同类项，

$$\therefore 2m = 4, n = 3,$$

$$\therefore m = 2,$$

$$\therefore |m - n| = |2 - 3| = 1,$$

故选B．

【标注】【知识点】由同类项求参数的值

栗子4

5. 下列计算正确的是（ ）．

A. $3x^2 - x^2 = 3$

B. $3a^2 + 2a^3 = 5a^5$

C. $3 + x = 3x$

D. $-0.25ab + \frac{1}{4}ab = 0$

【答案】 D

【解析】 A选项， $3x^2 - x^2 = 2x^2$ ，故A选项错误；

B选项， $3a^2 + 2a^3 \neq 5a^5$ ，故B选项错误；

C选项， $3 + x \neq 3x$ ，故C选项错误；

D选项， $\because -0.25ab = -\frac{1}{4}ab \therefore -\frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab = 0$ ．

【标注】【知识点】合并同类项

6. 合并同类项．

(1) $4x^2 - 7x - 3x^2 + 6x$ ．

(2) $2m^3 - 3mn + m^3 - 2m^2 - mn$ ．

(3) $\frac{1}{2}x^2 - 3xy^2 + 4y^2 + \frac{1}{2}x^2 + 5xy^2$ ．

【答案】 (1) $x^2 - x$.

(2) $3m^3 - 4mn - 2m^2$.

(3) $x^2 + 2xy^2 + 4y^2$.

【解析】 (1) 原式 = $(4x^2 - 3x^2) + (-7x + 6x)$
 $= x^2 - x$.

(2) 原式 = $(2m^3 + m^3) - (3mn + mn) - 2m^2$
 $= 3m^3 - 4mn - 2m^2$.

(3) 原式 = $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2\right) + (5xy^2 - 3xy^2) + 4y^2$
 $= x^2 + 2xy^2 + 4y^2$.

【标注】【知识点】合并同类项

【能力】运算能力

7. 合并同类项 .

(1) $-x + 2x^2 + 5 - 3 + 4x^2 - 6x$.

(2) $-2a^2b - a^2 + 3ba^2 - ab^2 + a^2 + 4b^2a$.

【答案】 (1) $6x^2 - 7x + 2$.

(2) $a^2b + 3ab^2$.

【解析】 (1) 原式 = $(2x^2 + 4x^2) - (x + 6x) + (5 - 3)$
 $= 6x^2 - 7x + 2$.

(2) 原式 = $(3a^2b - 2a^2b) + (a^2 - a^2) + (4ab^2 - ab^2)$
 $= a^2b + 3ab^2$.

【标注】【知识点】合并同类项

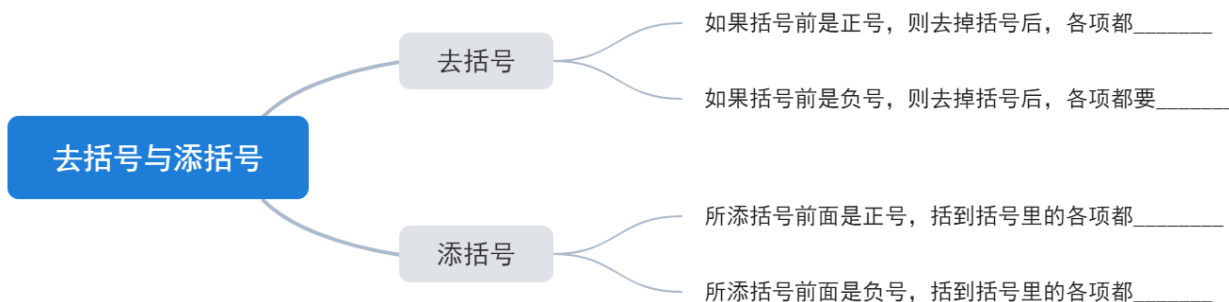
|| 独步天下

8. 如果关于 x 的代数式 $-4y^2 + ax + by^2 - 3x + 10$ 的值与 x 无关, 则 a 的值为 _____ .

【答案】 3

【解析】 $\because$ 关于 x 的代数式 $-4y^2 + ax + by^2 - 3x + 10$ 的值与 x 无关,
 $\therefore a - 3 = 0$, 则 $a = 3$.

2. 去括号与添括号



【备注】1.去括号：如果括号前边是“+”，把括号和它前边的“+”去掉，括号内的各项**都不改变符号**；

如果括号前边是“-”，把括号和它前边的“-”去掉，括号内的各项都**改变符号**。

【口诀】去括号，看符号，是+号，不变号；是-号，全变号。

例如： $+(m+n) = m+n$ ， $-(m+n) = -m-n$ 。

【注意】去括号的依据是乘法分配律，当括号前有数字因数时，应利用分配律计算，切勿漏乘。

2、添括号：所添括号前面是正号，括到括号里的各项都**不变号**；所添括号前面是负号，括到括号里的各项都**变号**；

栗子5

9. 化简下列各式：

(1) $-(-a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) $-(-a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) $-(+a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(4) $+[-(a+b)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】(1) $a+b$

(2) $a-b$

(3) $-a+b$

(4) $-a-b$

【解析】(1) 略。

(2) 略。

(3) 略。

(4) 略 .

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

10. 下列去括号正确的是 () .

A. $-3a - (2b - c) = -3a + 2b - c$

B. $-3a - (2b - c) = -3a - 2b - c$

C. $-3a - (2b - c) = -3a + 2b + c$

D. $-3a - (2b - c) = -3a - 2b + c$

【答案】D

【解析】 $-3a - (2b - c) = -3a - 2b + c$.

考查：去括号要注意变号，故答案为D .

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

11. 去括号：

(1) $5a - (x - 2y + 5z) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $2a^2 + (-3a - b) - 2(3c - 2d) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $3x^2 - 3(x + 6) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $-(x - 2y) - \frac{3}{2}(-x^2 + y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(1) $5a - x + 2y - 5z$

(2) $2a^2 - 3a - b - 6c + 4d$

(3) $3x^2 - 3x - 18$

(4) $-x + 2y + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}y^2$

【解析】(1) $5a - (x - 2y + 5z) = 5a - x + 2y - 5z$.

(2) $2a^2 + (-3a - b) - 2(3c - 2d) = 2a^2 - 3a - b - 6c + 4d$.

(3) $3x^2 - 3(x + 6) = 3x^2 - 3x - 18$.

(4) $-(x - 2y) - \frac{3}{2}(-x^2 + y^2) = -x + 2y + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}y^2$.

【标注】【知识点】整式的添括号、去括号

3. 化简求值

指我们不直接把字母的值代入代数式中计算，而是先化简（即去括号，合并同类项），然后再代入求

值。

【温馨提示】

- ①一般情况下，字母取值不同，代数式的值也不同。
- ②当字母的取值是分数或负数时，代入时要注意将分数或负数添上括号。
- ③把数值代入时，原代数式中的系数、指数及运算符号都不改变。

栗子6

12. 当 $x = -3$ 时，代数式 $3 - 2x$ 的值是()。

- A. -3 B. 9 C. 1 D. 0

【答案】 B

【解析】 当 $x = -3$ 时， $3 - 2x = 3 - 2 \times (-3) = 3 - (-6) = 3 + 6 = 9$ ，
故选：B。

【标注】【知识点】整式加减化简求值-直接代入化简求值

13. 先化简，再求值： $-a^2b + (3ab^2 - a^2b) - 2(2ab^2 - a^2b)$ ，其中 $a = -1$ ， $b = -2$ 。

【答案】 $-ab^2$ ，4

【解析】 原式 $= -a^2b + 3ab^2 - a^2b - 4ab^2 + 2a^2b$
 $= -ab^2$ ，
当 $a = -1$ ， $b = -2$ 时，原式 $= 4$ 。
考点：整式的加减—化简求值；合并同类项。

【标注】【知识点】同类项的定义

栗子7

14. 化简：已知 $A = \frac{1}{3}(a^2 - 1)$ ， $B = 2a^2 + 3a - 6$ ， $C = a^2 - 3$ 。

- (1) 求 $A + B - 2C$ 。
- (2) 当 $a = -2$ 时，求 $A + B - 2C$ 的值。

【答案】 (1) $\frac{1}{3}a^2 + 3a - \frac{1}{3}$ 。
(2) -5 。

【解析】(1) $A + B - 2C$
 $= \frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{3} + 2a^2 + 3a - 6 - 2a^2 + 6$
 $= \frac{1}{3}a^2 + 3a - \frac{1}{3}.$

(2) 当 $a = -2$ 时,
 $A + B - 2C$
 $= \frac{1}{3} \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - \frac{1}{3} = -5.$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值

15. 已知： $2x^2 + ax - y + 6 - bx^2 + 3x - 5y - 1$ 的值与 x 的取值无关， $A = 4a^2 - ab + 4b^2$ ， $B = 3a^2 - ab + 3b^2$ ，先化简 $3A - [2(3A - 2B) - 3(4A - 3B)]$ ，再求值。

【答案】 $21a^2 - 4ab + 21b^2$ ，297。

【解析】 $\because A = 4a^2 - ab + 4b^2$ ， $B = 3a^2 - ab + 3b^2$ ，
 $\therefore 3A - [2(3A - 2B) - 3(4A - 3B)]$
 $= 3A - (6A - 4B) + (12A - 9B)$
 $= 3A - 6A + 4B + 12A - 9B$
 $= 9A - 5B$
 $= 9(4a^2 - ab + 4b^2) - 5(3a^2 - ab + 3b^2)$
 $= 36a^2 - 9ab + 36b^2 - 15a^2 + 5ab - 15b^2$
 $= 21a^2 - 4ab + 21b^2$ ，
 $\because 2x^2 + ax - y + 6 - bx^2 + 3x - 5y - 1$
 $= (2 - b)x^2 + (a + 3)x - 6y + 5$ ，
 且值与 x 的取值无关，
 $\therefore 2 - b = 0$ ， $a + 3 = 0$ ，
 $\therefore b = 2$ ， $a = -3$ ，
 $\therefore$ 原式 $= 21 \times (-3)^2 - 4 \times (-3) \times 2 + 21 \times 2^2$
 $= 189 + 24 + 84$
 $= 297.$

故答案为： $21a^2 - 4ab + 21b^2$ ，297。

【标注】【知识点】整式加减-无关项求值



栗子8

16. 已知 $a - b = -3$, $c + d = 2$, 则 $(b + c) - (a - d)$ 的值为() .

- A. 1 B. 5 C. -5 D. -1

【答案】 B

【解析】 $\because (b + c) - (a - d)$

$$= b + c - a + d$$

$$= -(a - b) + (c + d)$$

$\therefore$ 把 $a - b = -3$, $c + d = 2$ 代入得:

$$\text{原式} = -(-3) + 2 = 5,$$

故选: B .

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

17. 已知 $a - b = 1$, 则代数式 $2a - 2b - 3$ 的值是() .

- A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

【备注】 整体带入求值, 需要添括号

【答案】 B

【解析】 根据添括号法则, 由 $2a - 2b - 3 = 2(a - b) - 3$, 整体代入 $a - b = 1$, 可得原式

$$= 2 \times 1 - 3 = -1 .$$

故选: B .

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

18. 已知 $1 - a^2 + 2a = 0$, 则 $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{5}{4}$ 的值为 _____ .

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 $\because 1 - a^2 + 2a = 0$,

$$\therefore a^2 - 2a = 1,$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{5}{4} \\ = \frac{1}{4}(a^2 - 2a) + \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \times 1 + \frac{5}{4} \\ &= \frac{3}{2} . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值